

# ОЦЕНИВАНИЕ КООРДИНАТ ИЗЛУЧАТЕЛЯ ПОДВИЖНОЙ ПАССИВНОЙ СИСТЕМОЙ, ИСПОЛЬЗУЮЩЕЙ ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА

Александр Викторович ДУБРОВИН родился в 1962 г. в городе Находке Приморского края, Генеральный директор ЗАО «Радио TN». Кандидат технических наук. Основные научные интересы — в области пассивной радиолокации. Автор более 10 научных работ.

Alexander V. DUBROVIN, Ph.D., was born in 1962, in the Primorsky Territory. He is the Director General at the Radiy TN Joint-Stock Company. His research interests are in the passive techniques for radar location estimation. He has published more than 10 technical papers.

*Представлен способ оценивания координат излучателя подвижной пассивной системой, основанный на использовании доплеровского эффекта. Проведен его анализ, получено выражение для ковариационной матрицы ошибок измеряемых координат. Показано, что рассмотрение доплеровского эффекта как сжатия (растяжения) сигнала на временной оси позволяет расширить возможности пассивной системы местоположения излучателей, а именно снять ограничения по ширине спектра принимаемого сигнала при измерении доплеровских параметров.*

## Введение

В настоящее время в радиолокации для определения координат объектов и их скоростей широко применяются методы, основанные на использовании эффекта Доплера. Как правило, последний представляется в виде частотного сдвига сигнала. Методы измерений, построенные в подобном русле, можно найти, например, в [1,2].

Следует отметить, что общий подход к доплеровскому эффекту позволяет получить методы определения координат излучателя, основанные на измерении сжатия одного сигнала относительно другого. Использование подобного подхода применительно к акустическим системам хорошо известно [3,4]. В то же время в области пассивной радиолокации этот подход почти не исследован.

## 1. Оценивание координат излучателя

Использование доплеровских методов, которые основаны на измерении разности частот сигналов, принимаемых измерительными пунктами (ИП), не позволяет получить должного эффекта. Это обусловлено тем, что сигналы излучателей, как правило, не являются монохроматическими, при этом точность измерения частоты принимаемого сигнала резко падает с ростом ширины его спектра.

Рассмотрим следующую систему определения местоположения неподвижного излучателя (И), со-

стоящую из двух движущихся ИП (рис.1). Сигналы, принимаемые первым и вторым ИП, имеют вид

$$\begin{aligned} u_1(t) &= s_1(t) + \xi_1(t); \\ u_2(t) &= s_2(t) + \xi_2(t), \end{aligned}$$

где  $s_n(t) = a_n s_n(t - \tau_n(t))$  — сигнал, принимаемый  $n$ -м ИП;  $s_n(t)$  — сигнал излучателя;  $\xi_n(t)$  — шум в  $n$ -м ИП;  $\tau_n(t) = r_n(t)/c$ ;  $r_n(t)$  — зависящее от времени расстояние между  $n$ -м ИП и И;  $a_n$  — амплитуда принимаемого сигнала ( $n = 1, 2$ );  $c$  — скорость распространения сигнала.

Для практически важных случаев соотношения таких параметров, как время наблюдения, расстояния от измерительных пунктов до излучателя, скорости ИП, являются такими, что производные от задержек второго и более высоких порядков пренебрежимо малы, и их можно не учитывать. Тогда  $s_n(t) = a_n s_n(t - (R_n + V_{R_n} t)/c)$ . Здесь  $R_n$  — расстояние между  $n$ -м ИП и И в момент времени  $t = 0$ ;  $V_{R_n}$  — скорость движения  $n$ -го ИП в направлении излучателя, которая полагается постоянной за время наблюдения. Выразим колебание на входе второго ИП через сигнал, принимаемый первым ИП:

$$s_2(t) = \left( \frac{a_2}{a_1} \right) s_1 \left\{ t \times \left( \left( 1 - \frac{V_{R_2}}{c} \right) - \frac{\Delta_r}{c} \right) \right\} \left/ \left( 1 - \frac{V_{R_1}}{c} \right) \right\}, \quad (1)$$

где  $\Delta_r = R_2 - R_1$ .

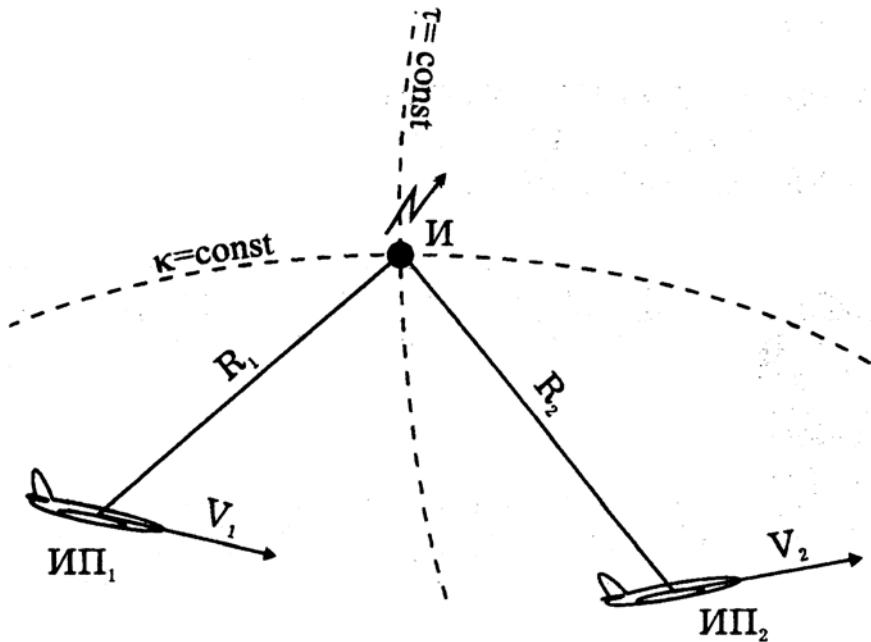


Рис. 1. Взаимное расположение линий положения, соответствующих задержке  $\tau$  и коэффициенту сжатия  $\kappa$

Как видим, сигнал второго ИП сжат (растянут) по времени относительно первого в  $\kappa = \left(1 - \frac{V_{R_2}}{c}\right) / \left(1 - \frac{V_{R_1}}{c}\right)$  раз и запаздывает (опережает) на величину  $\tau = \Delta_r/c$  (сразу оговоримся, что поскольку погрешность измерений собственно самой задержки много больше влияния на нее множителя  $\left(1 - \frac{V_{R_1}}{c}\right)$ , то поэтому этот множитель просто не учитываем).

Измерение сжатия между сигналами позволяет построить линию положения, похожую на окружность с центром, расположенным между ИП, а оценка задержки — линию положения, представляющую собой гиперболу (рис. 1). Поскольку они пересекаются под углом, близким к  $90^\circ$ , то это предопределяет большие возможности получения высокоточных измерений координат излучателя.

Задача синтеза измерителя задержки и сжатия методом максимального правдоподобия для гауссовых сигналов и шумов в области акустики решена в [3]. Правило оптимального измерения задержки в области радиолокации вытекает как частный результат из общих решений, полученных в [5]. Если объединить эти решения, получим следующее правило измерений:

$$J(\hat{\tau}, \hat{\kappa}) = \max J(\tau, \kappa), \quad (2)$$

где

$$J(\tau, \kappa) = \left\{ \left[ \int_0^{\infty} W_1(f) W_2(f) U_1(f) U_2^*(\kappa f) \sin(2\pi f \tau) df \right]^2 + \left[ \int_0^{\infty} W_1(f) W_2(f) U_1(f) U_2^*(\kappa f) \cos(2\pi f \tau) df \right]^2 \right\}^{1/2};$$

$U_n(f) = F(u_n(t))$ ;  $F$  — оператор преобразования Фурье;  $W_n(f)$  — частотная характеристика входного фильтра в  $n$ -м канале:  $W_n(f) = \frac{a_n}{G_{\xi_n}(f)} \sqrt{\frac{G_s(f)}{1 + \sum_{k=1}^N q_k(f)}}$ ;

$q_n(f)$  — отношение сигнал-шум в  $n$ -м канале:  $q_n(f) = \frac{a_n^2 G_s(f)}{G_{\xi_n}(f)}$ ;  $G_s(f)$ ,  $G_{\xi_n}(f)$  — спектральные плотности мощности сигнала и шума соответственно;  $n = 1, 2$ .

Получим теперь взаимосвязь между координатами излучателя и измеряемыми параметрами. Коэффициент сжатия можно выразить как

$$\kappa = \frac{(1 - V_2 \cos(\beta_2)/c)}{(1 - V_1 \cos(\beta_1)/c)},$$

где  $\beta_n = \alpha_n - \gamma_n$  — угол между вектором скорости ИП и направлением на излучатель;  $\alpha_n$  — угол между осью абсцисс и направлением на излучатель;  $\gamma_n$  — угол между вектором скорости ИП и осью абс-

цисс ( $n = 1, 2$ ). При этом угол является положительным, если откладывается против часовой стрелки ( $\alpha_n$  и  $\gamma_n$  — от оси  $OX$ ;  $\beta_n$  — от вектора скорости), и отрицательным, если — по часовой (рис. 2). Учитывая, что

$$\cos(\beta_n) = \cos(\alpha_n)\cos(\gamma_n) + \sin(\alpha_n)\sin(\gamma_n) \text{ и}$$

$$\cos(\alpha_n) = (X_{\text{И}} - X_n)/R_n, \sin(\alpha_n) = (Y_{\text{И}} - Y_n)/R_n,$$

$$R_n = \{(X_{\text{И}} - X_n)^2 + (Y_{\text{И}} - Y_n)^2\}^{1/2},$$

можем записать следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\kappa} &= \frac{1 - \frac{V_2}{c} \left( \frac{\cos(\gamma_2)(\hat{X}_{\text{И}} - X_2) + \sin(\gamma_2)(\hat{Y}_{\text{И}} - Y_2)}{\sqrt{(\hat{X}_{\text{И}} - X_2)^2 + (\hat{Y}_{\text{И}} - Y_2)^2}} \right)}{1 - \frac{V_1}{c} \left( \frac{\cos(\gamma_1)(\hat{X}_{\text{И}} - X_1) + \sin(\gamma_1)(\hat{Y}_{\text{И}} - Y_1)}{\sqrt{(\hat{X}_{\text{И}} - X_1)^2 + (\hat{Y}_{\text{И}} - Y_1)^2}} \right)}; \\ \hat{\tau} &= \frac{1}{c} \left( \sqrt{(\hat{X}_{\text{И}} - X_2)^2 + (\hat{Y}_{\text{И}} - Y_2)^2} - \sqrt{(\hat{X}_{\text{И}} - X_1)^2 + (\hat{Y}_{\text{И}} - Y_1)^2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Ее решение позволяет получить оценки координат  $\hat{X}_{\text{И}}$  и  $\hat{Y}_{\text{И}}$ .

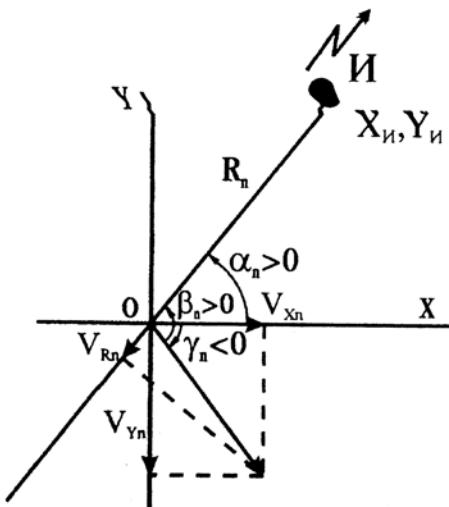


Рис. 2. Взаимная ориентация направлений относительно оси  $OX$

## 2. Точность измерения координат

Проведем теперь анализ предложенного алгоритма оценивания координат излучателя. Корреляционная матрица ошибок оценки вектора координат имеет вид

$$\mathbf{K} = \mathbf{M}[\mathbf{R}_\Delta \mathbf{R}_\Delta^T] = \mathbf{A}\mathbf{M}[\mathbf{Z}_\Delta \mathbf{Z}_\Delta^T]\mathbf{A}^T = \mathbf{A}\mathbf{N}\mathbf{A}^T, \quad (4)$$

где  $\mathbf{R}_\Delta = [\hat{X}_{\text{И}} \hat{Y}_{\text{И}}]^T - [X_{\text{И}} Y_{\text{И}}]^T$ ;  $\mathbf{Z}_\Delta = [\hat{\kappa}, \hat{\tau}]^T - [\kappa, \tau]^T$ ;  $\hat{X}_{\text{И}}, \hat{Y}_{\text{И}}, \hat{\kappa}, \hat{\tau}$  и  $X_{\text{И}}, Y_{\text{И}}, \kappa, \tau$  — измеренные и истинные параметры соответственно;

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} \frac{\partial X_{\text{И}}}{\partial \kappa} & \frac{\partial X_{\text{И}}}{\partial \tau} \\ \frac{\partial Y_{\text{И}}}{\partial \kappa} & \frac{\partial Y_{\text{И}}}{\partial \tau} \end{vmatrix}.$$

Учитывая, что система уравнений (3) аналитического решения не имеет, целесообразно воспользоваться следующим выражением для описания корреляционной матрицы ошибок:

$$\mathbf{K} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{N} (\mathbf{B}^{-1})^T, \quad (5)$$

$$\text{где } \mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1} = \begin{vmatrix} \frac{\partial \kappa}{\partial X_{\text{И}}} & \frac{\partial \kappa}{\partial Y_{\text{И}}} \\ \frac{\partial \tau}{\partial X_{\text{И}}} & \frac{\partial \tau}{\partial Y_{\text{И}}} \end{vmatrix}.$$

Чтобы получить аналитическое выражение матрицы  $\mathbf{B}$ , представим коэффициент сжатия  $\kappa$  в несколько упрощенном виде. Учитывая, что  $V_n/c \ll 1$ , получаем

$$\begin{aligned} \kappa &\approx (1 - V_2 \cos(\beta_2)/c) (1 + V_1 \cos(\beta_1)/c) \approx \\ &\approx 1 - V_2 \cos(\beta_2)/c + V_1 \cos(\beta_1)/c = \\ &= 1 - \frac{1}{c} \left( \frac{V_{X_2}(X_{\text{И}} - X_2) + V_{Y_2}(Y_{\text{И}} - Y_2)}{\sqrt{(X_{\text{И}} - X_2)^2 + (Y_{\text{И}} - Y_2)^2}} - \right. \\ &\quad \left. \frac{V_{X_1}(X_{\text{И}} - X_1) + V_{Y_1}(Y_{\text{И}} - Y_1)}{\sqrt{(X_{\text{И}} - X_1)^2 + (Y_{\text{И}} - Y_1)^2}} \right), \end{aligned}$$

где  $V_{X_n} = V_n \cos(\gamma_n)$ ,  $V_{Y_n} = V_n \sin(\gamma_n)$  — проекции скорости  $V_n$  на оси  $OX$  и  $OY$  соответственно.

Таким образом, матрица  $\mathbf{B}$  имеет вид

$$\mathbf{B} = \frac{1}{c} \begin{vmatrix} P_1 \sin(\alpha_1) - P_2 \sin(\alpha_2) & P_2 \cos(\alpha_2) - P_1 \cos(\alpha_1) \\ \cos(\alpha_2) - \cos(\alpha_1) & \sin(\alpha_2) - \sin(\alpha_1) \end{vmatrix}, \quad (6)$$

где  $P_n = V_n \sin(\beta_n)/R_n$ .

Матрицу  $\mathbf{N}$  представим в следующем виде:

$$\mathbf{N} = \begin{vmatrix} \sigma_\kappa^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\tau^2 \end{vmatrix}.$$

Измерения задержки  $\tau$  и сжатия  $\kappa$  в общем случае зависят друг от друга. Однако если ограничиться классом узкополосных сигналов (радиосигналов), то задержка  $\tau$  определяется по низкочастотной модулирующей функции, а сжатие  $\kappa$  — по несущей частоте сигнала. Это позволяет сделать вывод о том, что измерения  $\tau$  и  $\kappa$  являются независимыми и представление матрицы  $\mathbf{N}$  как диагональной вполне оправданно.

Таким образом, элементы корреляционной матрицы ошибок  $\mathbf{K}$  равны

$$\begin{aligned}
 K_{11} &= \\
 &= \left( \frac{c^2}{H} \right) \left[ (P_2 \cos(\alpha_2) - P_1 \cos(\alpha_1))^2 \sigma_\tau^2 + (\sin(\alpha_2) - \sin(\alpha_1))^2 \sigma_\kappa^2 \right]; \\
 K_{22} &= \\
 &= \left( \frac{c^2}{H} \right) \left[ (P_1 \sin(\alpha_1) - P_2 \sin(\alpha_2))^2 \sigma_\tau^2 + (\cos(\alpha_2) - \cos(\alpha_1))^2 \sigma_\kappa^2 \right]; \\
 K_{12} = K_{21} &= \quad (7) \\
 &= \left( \frac{c^2}{H} \right) \left[ ((P_1 \sin(\alpha_1) - P_2 \sin(\alpha_2))(P_2 \cos(\alpha_2) - P_1 \cos(\alpha_1)) \sigma_\tau^2 + \right. \\
 &\quad \left. (\sin(\alpha_2) - \sin(\alpha_1))(\cos(\alpha_2) - \cos(\alpha_1)) \sigma_\kappa^2 \right],
 \end{aligned}$$

где  $H = [2(P_1 + P_2) \sin^2((\alpha_2 - \alpha_1)/2)]^2$ ;

$K_{11} = M(\Delta_X^2)$  и  $K_{22} = M(\Delta_Y^2)$  представляют собой дисперсии ошибок оценивания координат  $\Delta_X = \hat{X}_I - \dot{X}_I$  и  $\Delta_Y = \hat{Y}_I - \dot{Y}_I$  (предполагается, что  $M(\Delta_X) = 0$  и  $M(\Delta_Y) = 0$ ),  $K_{12}$  характеризует степень зависимости  $\Delta_X$  от  $\Delta_Y$ .

Для более простого описания точности оценивания координат удобно пользоваться скалярной величиной — круговой среднеквадратической ошибкой (СКО)  $\sigma_r = [M(\Delta_r^2)]^{1/2}$ , где  $\Delta_r^2 = \Delta_X^2 + \Delta_Y^2$ . Таким образом,

$$\begin{aligned}
 \sigma_r^2 &= K_{11} + K_{22} = \left( \frac{c^2}{H} \right) \times \\
 &\times \left\{ \left[ (P_1 - P_2)^2 + 4P_1P_2 \sin^2 \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right] \sigma_\tau^2 + 4 \sin^2 \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \sigma_\kappa^2 \right\}.
 \end{aligned}$$

Если носители движутся вдоль одной прямой, то  $P_1 = P_2 = P$ , и тогда

$$\sigma_r = \frac{c \sqrt{\sigma_\tau^2 + \sigma_\kappa^2 / P^2}}{2 \left| \sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right|}. \quad (8)$$

СКО измерения задержки для двух ИП может быть представлена в виде [5]

$$\sigma_\tau^2 = \frac{3(1+2q)}{16\pi^2 T_H \Delta_F^3 q^2}, \quad (9)$$

где  $\Delta_F = (F_2 - F_1)/2$  — половина ширины спектра сигнала;  $F_1, F_2$  — соответственно нижняя и верхняя границы частотного диапазона сигнала;  $T_H$  — время наблюдения сигнала;  $q$  — отношение сигнал/шум. Предполагается, что спектральные плотности мощности (СПМ) сигнала и шума являются равномерными в полосе частот и одинаковыми для обоих ИП.

Выражение (9) получено в [5] в результате достаточно сложных математических действий. В то же время его можно получить на основе более простых рассуждений, пусть и не имеющих под собой достаточно строгих математических обоснований, воспользовавшись результатами, полученными для акустических сигналов. Этот пример будет рассмотрен с целью получения далее с помощью таких же умозаключений выражения для дисперсии ошибок измерений коэффициента сжатия.

Если обратиться к выражению (65) в [4] и сделать предположение о равномерности СПМ сигнала и шума в полосе частот от  $F_1$  до  $F_2$ , то получим следующее выражение для дисперсии ошибки измерения задержки между двумя стохастическими сигналами (предположение об узкополосности сигнала при этом отсутствует):

$$\sigma_D^2 = \frac{3(1+2q)}{8\pi^2(F_2^3 - F_1^3)T_H q^2}. \quad (10)$$

В нашем же случае речь идет о радиосигналах, т.е. узкополосных сигналах. Для них справедливо условие — центральная частота  $F_0$  много больше ширины спектра  $2\Delta_F$ . Тогда

$$F_2^3 - F_1^3 = (F_0 + \Delta_F)^3 - (F_0 - \Delta_F)^3 = 2\Delta_F(3F_0^2 + \Delta_F^2),$$

где  $F_0 = (F_2 + F_1)/2$ .

Таким образом, (10) можно представить в виде

$$\sigma_D^2 = \frac{1}{\left( \frac{1}{\sigma_{\tau_\varphi}^2} + \frac{1}{\sigma_\tau^2} \right)}, \quad (11)$$

$$\text{где } \sigma_{\tau_\varphi}^2 = \frac{Q}{F_0^2}; \quad \sigma_\tau^2 = \frac{3Q}{\Delta_F^2}; \quad Q = \frac{1+2q}{16\pi^2 \Delta_F T_H q^2}.$$

Как следует из (11), измерение задержки между узкополосными сигналами осуществляется как бы двумя независимыми способами — по низкочастотной модулирующей функции с дисперсией  $\sigma_\tau^2$  и по несущей частоте с дисперсией  $\sigma_{\tau_\varphi}^2$ . Несмотря на то что  $\sigma_{\tau_\varphi}^2 \ll \sigma_\tau^2$ , использовать это преимущество не удается из-за сильной неоднозначности измерений по высокой частоте, и в этом случае  $\sigma_{\tau_\varphi}^2$  описывает дисперсию измерений так называемых фазовых задержек. Более строгий вывод подобного соотношения представлен в [6] (см. выражение (19)). На рис. 3,а представлена зависимость взаимокорреляционной функции  $J(\tau, \kappa)$  от  $\tau$  при  $\kappa = \hat{\kappa}$  и на рис. 3,б — та же функция, но только в более расширенном виде. Как видим из рис. 3,б, потенциаль-

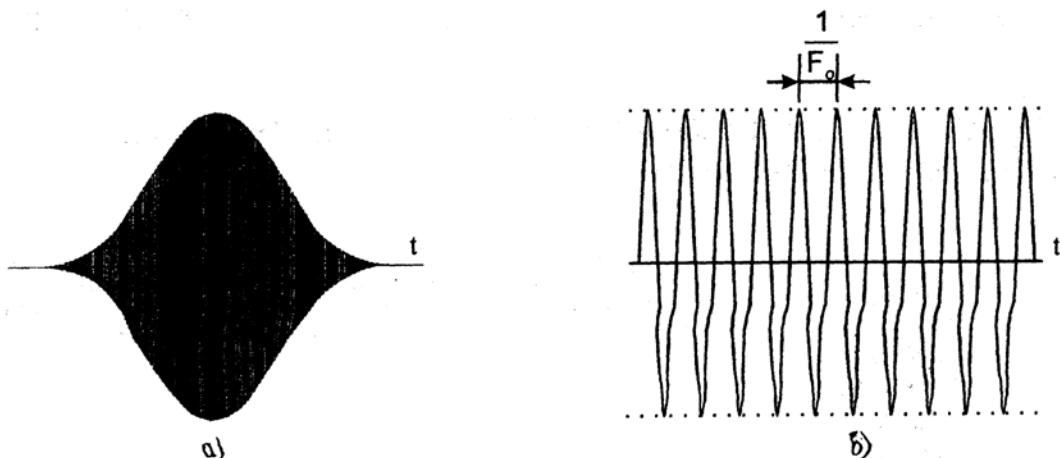


Рис. 3. Виды взаимокорреляционных функций: а — общий вид; б — вид вблизи максимума

но высокая точность измерения задержки не может быть реализована из-за того, что соседние с основным максимумом пики имеют такой же уровень. Расстояние между двумя соседними пиками равно  $1/F_0$ .

Таким образом, выражение для дисперсии ошибок измерений задержек можно получить и из (11).

Рассмотрим теперь вопрос, связанный с точностью измерения коэффициента сжатия. Если СПМ сигнала и шума являются равномерными в полосе частот от  $F_1$  до  $F_2$ , то на основании второй части выражения (65) в [4] получим

$$\sigma_k^2 = \frac{9(1+2q)}{2\pi^2(F_2^3 - F_1^3)T_H^3q^2}. \quad (12)$$

Если учесть, что  $\Delta_F \ll F_0$ , то

$$\sigma_k^2 = \frac{3(1+2q)}{4\pi^2\Delta_F F_0^3 T_H^3 q^2}. \quad (13)$$

Как следует из (13), при увеличении ширины полосы сигнала повышается точность измерения сжатия в отличие от точности, полученной разностно-доплеровским методом, где аналогичное расширение спектра сигнала приводит к обратному эффекту — снижению точности измерения разности частот и, как следствие, увеличению погрешности определения координат.

## Выводы

Рассмотрена система измерения координат излучателя, состоящая из двух движущихся носителей. Основу измерений составляют задержка между сигналами и относительное сжатие сигнала, обусловленное доплеровским эффектом. Получены выражения, позволяющие описать точность измерений координат излучателя с помощью подобной системы. Показано, что при использовании эффекта Доплера как сжатия одного сигнала относительно

другого точность измерений координат увеличивается с увеличением ширины спектра излучаемого сигнала.

## Summary

A technique is considered to estimate coordinates of some emitter by means of two movable passive measuring stations. The measuring is based on a delay between signals and relative compression of the signal caused with the Doppler effect. Expressions are derived to describe a measurement accuracy for the emitter coordinates using the system offered. It is shown that consideration of Doppler effect as a compression of a signal relative to another one allow to enhance the measurement accuracy with bandwidth increasing for the emitted signal.

## Библиографический список

1. Сколник М. Справочник по радиолокации: в 4-х т.; Пер. с англ./Под ред. К.Н. Трофимова. — М.: Сов. радио, 1976-1979.
2. Кондратьев В.С., Котов А.Ф., Марков Л.Н. Многопозиционные радиотехнические системы. — М.: Радио и связь, 1986.
3. Knapp Ch., Carter G. // J. Acoust. Soc. Amer., 1977, v.61, N6.
4. Черняк В.С., Заславская Л.П., Осипов Л.В.// Зарубежная радиоэлектроника. 1987. Т. 1.
5. Дубровин А.В., Сосулин Ю.Г. Одноэтапное оценивание местоположения источника радиоизлучения пассивной системой // Радиотехника и электроника. 1998. Т. 43. № 12. — С. 1486-1494.
6. Дубровин А.В., Сосулин Ю.Г. Одноэтапное оценивание местоположения источника радиоизлучения пассивной системой, состоящей из узкобазовых подсистем // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49. № 2. — С. 156-170.

ЗАО «Радий ТН»

Статья поступила в редакцию 10.10.2004